

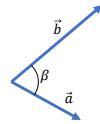
Sissejuhatus mehhatroonikasse EEM3010

3. nädala loeng

Raavo Josepson
raavo.josepson@ttu.ee

Vektorite korrutamine

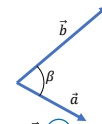
Skalaarkorrutis $\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{skalaar ehk arv}$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \beta$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Vektorkorrutis $\vec{a} \times \vec{b} = \text{vektor}$



Vektori pikkus ehk moodul
 $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \beta$

Suund

On risti mõlema esialgse vektoriga ja määratakse parema käe reegli või paremkeerme krui reegli järgi.

$$\vec{a} \times \vec{b} \quad \odot$$

$$\vec{b} \times \vec{a} \quad \otimes$$

$$\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$$

Raavo Josepson

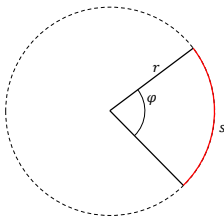
Sissejuhatus mehhatroonikasse

2

Radiaan

$$s = r\varphi$$

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$



Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

3

Ülesanne

Milline on kõige levinum suurus, millega kirjeldada keha pöörlemist?

Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

4

Pöörliikumine

Kulgliikumine

Kohavektor \vec{r}

Kiirus $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

Kiirendus $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

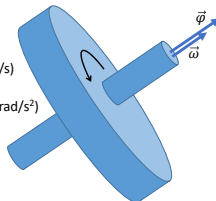
Pöörliikumine

Pöördenurk φ (ühik: rad)

Nurkkiirus $\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}$ (ühik: rad/s)

Nurkkiirendus $\vec{\epsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ (ühik: rad/s²)

Sagedus ja periood $f = \frac{1}{T}$
(ühikud: Hz ja s)



Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

5

Ülesanne

Kuidas on suunatud nurkkiirenduse vektor?

Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

6

Pöördliikumine

Kulgliikumine

$$\vec{a} = \text{const}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = \int \vec{a} dt = \vec{a}t + \vec{v}_0$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{r} = \int (\vec{a}t + \vec{v}_0) dt = \frac{\vec{a}t^2}{2} + \vec{v}_0t + \vec{r}_0$$

Pöördliikumine

$$\vec{\varepsilon} = \text{const}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \Rightarrow \vec{\omega} = \int \vec{\varepsilon} dt = \vec{\varepsilon}t + \vec{\omega}_0$$

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \Rightarrow \vec{\varphi} = \int (\vec{\varepsilon}t + \vec{\omega}_0) dt = \frac{\vec{\varepsilon}t^2}{2} + \vec{\omega}_0t + \vec{\varphi}_0$$

Raavo Joosepson

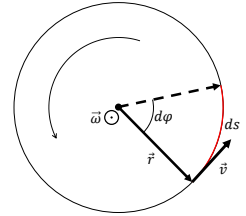
Sisäjuhatus mehatroonikassa

7

Pöördliikumine vs kulgliikumine (kiirus)

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d\varphi r}{dt} = \omega r$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$



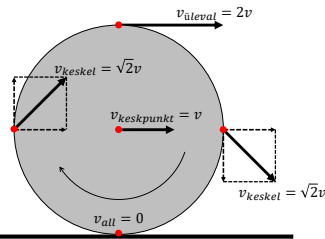
Raavo Joosepson

Sisäjuhatus mehatroonikassa

8

Ratta veeremine (ratta erinevate punktide kiirused maapinna suhtes)

Ratta keskpunkti suhtes liiguvad kõik ratta servapunktid punktid kiirusega $v = \omega r = 2\pi f r$.



Raavo Joosepson

Sisäjuhatus mehatroonikassa

9

Ülesanne

Auto sõidab kurvis nii, et spidomeetri näit ei muutu. Kas see on kiirendusega liikumine või ei ole?

Kui on kiirendusega liikumine siis, kuidas peaks olema suunatud kiirenduse vektor?

Raavo Joosepson

Sisäjuhatus mehatroonikassa

10

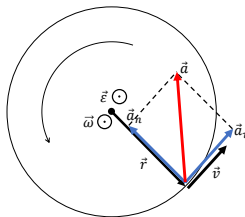
Pöördliikumine vs kulgliikumine (kiirendus)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r})}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$\vec{\varepsilon} \times \vec{r} = \vec{a}_\tau \quad \text{tangentsiaalkiirendus}$$

$$\vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{a}_n \quad \text{normaalkiirendus}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \quad \text{kogu kiirendus}$$



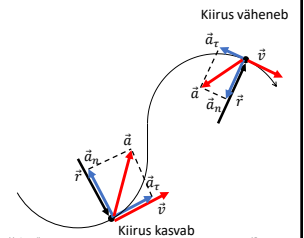
Raavo Joosepson

Sisäjuhatus mehatroonikassa

11

Kõverjooneline liikumine üldiselt

- Loonkiirus on alati suunatud pikki trajektoori puutujat.
- Tangentsiaalkiirendus muudab kiiruse absoluutväärtust, ei muuda suunda. On suunatud pikki trajektoori puutujat.
- Normaalkiirendus muudab kiiruse vektori suunda, ei muuda absoluutväärtust. On risti trajektoori puutujaga kurve keskpunkti poole.
- Tangentsiaal- ja normaalkiirendus kokku annavad kogukiirenduse. Jälgiida vektorite suundi.



Raavo Joosepson

Sisäjuhatus mehatroonikassa

12

Iseseisev töö

Iseseisvalt uuesti läbi vaadata loengus käsitletud teemad ja neist aru saada.

Seejärel ära lahendada iseseisvaks lahendamiseks jäätud ülesanded.

Õpik:

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker. Füüsika põhikursus : õpik kõrgkoolile I köide. Eesti Füüsika Selts 2011 (Tallinn: Printon)

§ 4.7, 10.1-10.5