

# Sissejuhatus mehhatroonikasse EEM3010

2. nädala loeng

Raavo Josepson  
raavo.josepson@ttu.ee

## Õppimine (2.- 6. nädal, mehaanika)

- Enne praktikumi üle vaadata viimase loengu materjal.
  - Aine kodulehel on slaidid (isc.ttu.ee/martin).
  - Viimasel slaidil on iseseisvaks õppimiseks jäätud märksõnad ja õpiku peatükid, mida oleks soovivat läbi lugeda.
- Praktikum võtta kaasa loengu materjal.
  - Praktikumis proovida ülesandeid ise lahendada, ilma aine kodulehelt lahendusi pilumata.
- Peale praktikumi võtta aine kodulehelt selle nädala ülesannete alt iseseisvaks lahendamiseks jäetud ülesanded (6 tk) ja need ära lahendada enne järgmise nädala loengut.

PS! Konsultatsiooni soovist palun teada anda õppejõule.

Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

2

## Materjalid

- Loenguslaidid
- D. Halliday, R. Resnick, J. Walker. Füüsika põhikursus : õpik kõrgkoolile I köide. Eesti Füüsika Selts 2011 (Tallinn: Printon)

### Lisaks

- Saveljev. Füüsika üldkursus I osa, Tallinn "Valgus"
- <https://opik.fyysika.ee> (põhikooli ja keskkooli õpikud)

### Veebisimulatsioonid

- <http://www.fyysika.ee/opik/>
- <http://surendranath.tripod.com/Applets.html>

Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

3

## Valemid

- Valem ise
- Tähtede tähendus
- Valemi rakendatavuse piirid

Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

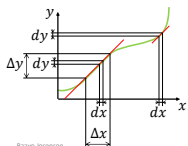
4

## Tuletis ja integraal

Olgu meil funktsioon  $y = f(x)$ , näiteks  $y = 5 \cdot x^2$ .

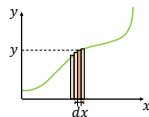
### Tuletis näitab muutumise kiirust.

Tähistakse  $\frac{d}{dx}y = \frac{dy}{dx}$  ( $= y' = \dot{y}$ )  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} 5 \cdot x^2 = 5 \cdot 2 \cdot x$



### Integraal on summa.

Tähistakse  $\int y dx$   
 $\int y dx = \int 5 \cdot x^2 dx = \frac{5 \cdot x^3}{3} + C$



Raavo Josepson

Füüsika I

5

## Vektorid

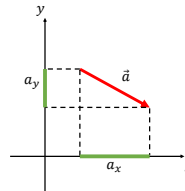
Vektoril on kaks olulist omadust:

- pikkus ehk moodul  $|\vec{a}| = a$  (see on alati positiivne),
- suund.

Suuruseid  $a_x, a_y, a_z$  nimetatakse vektori projektsioonideks telgedel (võivad olla nii positiivsed kui ka negatiivsed).

$$\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$



Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

6

### Vektori korrutamine skalaariga (arvuga)

$\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$   
 $2\vec{a} = (2a_x; 2a_y; 2a_z)$   
 $-2\vec{a} = (-2a_x; -2a_y; -2a_z)$

Raavo Joosepson Sissejuhatus mehhatroonikasse 7

### Vektorite graafiline liitmine ( $\vec{a} + \vec{b}$ )

**Kolmnurgareegel**  
 Vektoreid nihutatakse nii, et iga järgmise liidetava vektori alguspunkt ühtiks eelmise liidetava vektori lõpp-punktiga. Summa on vektor, mis on tõmmatud esimese vektori alguspunktist viimase vektori lõpp-punkti.

**Rööpkülilireegel**  
 Vektoreid nihutatakse nii, mõlema liidetava vektori alguspunktid ühtivad. Nende peale joonistatakse rööpkülik ja summa on diagonaal, mis algab vektorite alguspunktist.

**Summa vektori suund ja pikkus tuleb leida eraldi trigonomeetriseliste meetoditega.  $|\vec{a} + \vec{b}| \neq |\vec{a}| + |\vec{b}|$**

Raavo Joosepson Sissejuhatus mehhatroonikasse 8

### Vektorite liitmine projektsioonidega ( $\vec{a} + \vec{b}$ )

$\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$   
 $\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$   
 $\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x; a_y + b_y; a_z + b_z)$

Raavo Joosepson Sissejuhatus mehhatroonikasse 9

### Vektorite lahutamine ( $\vec{a} - \vec{b}$ )

$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-1) \cdot \vec{b}$

$\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$   
 $\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$   
 $(-1) \cdot \vec{b} = (-b_x; -b_y; -b_z)$   
 $\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x; a_y - b_y; a_z - b_z)$

Raavo Joosepson Sissejuhatus mehhatroonikasse 10

### Kuidas iseloomustada keha asukohta liikumisel? Kohavektor, nihkevektor, trajektor

**Kohavektor** on vektor, mis on tõmmatud koordinaatide alguspunktist antud punkti.  
 Vektorid  $\vec{r}_1 = (x_1; y_1; z_1)$  ja  $\vec{r}_2 = (x_2; y_2; z_2)$  on punktide  $P_1$  ja  $P_2$  kohavektorid.

**Nihkevektor** on vektor, mis on tõmmatud liikumise alguspunktist liikumise lõpp-punkti.  
 $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

**Trajektor** on tee, mille keha läbib liikudes ühest punktist teise.

Raavo Joosepson Sissejuhatus mehhatroonikasse 11

### Ülesanne

Robot liikus 5,0 m sirgjooneliselt ja keeras seejärel 90° paremale ja liikus veel 2,0 m sirgjooneliselt. Kui kaugel on robot algpunktist?

Raavo Joosepson Sissejuhatus mehhatroonikasse 12

## Kuidas iseloomustada keha liikumist? Kiirus ja kiirendus

Liikumiseks  $\Delta \vec{r}$  võrra kulub aeg  $\Delta t$  ja selle aja jooksul muutub kiirus  $\Delta \vec{v}$  võrra.

### Keskmine kiirus

$$\vec{v}_{kesk} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad \text{Kogu nihe jagatud niheks kulunud ajaga.}$$

### Hetk kiirus

$$\vec{v}_{hetk} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{See on ka kiiruse definitsiooni valem.}$$

SI süsteemis on kiiruse ühikuks m/s.

### Keskmine kiirendus

$$\vec{a}_{kesk} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \text{Kogu kiiruse muutus jagatud selleks kulunud ajaga.}$$

### Hetk kiirendus

$$\vec{a}_{hetk} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{See on ka kiirenduse definitsiooni valem.}$$

SI süsteemis on kiirenduse ühikuks m/s<sup>2</sup>.

Raavo Joosep

Siisajuhatus mehitatootriiklasse

13

## Ülesanne

Keha liikumisvõrrandid on  $x = 0,10t^3$  ja  $y = 2,0t$  (SI ühikud). Leida keha kiirus ja kiirendus ajahetkel  $t = 3,0$  s.

Raavo Joosep

Siisajuhatus mehitatootriiklasse

14

## Konstantse kiirendusega liikumine

$$\vec{a} = \text{const}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = \int \vec{a} dt = \vec{a}t + \vec{c}_1$$

$\vec{c}_1 = \vec{v}_0$ , kui  $t = 0$ . Seega  $\vec{c}_1$  on algkiirus ehk kiirus ajahetkel 0 ja tähistame selle  $\vec{v}_0$ .

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{r} = \int \vec{v} dt = \int (\vec{a}t + \vec{v}_0) dt = \frac{\vec{a}t^2}{2} + \vec{v}_0t + \vec{c}_2$$

$\vec{c}_2 = \vec{r}$ , kui  $t = 0$ . Seega  $\vec{c}_2$  on algkoordinaat ehk keha asukoht ajahetkel 0 ja tähistame selle  $\vec{r}_0$ .

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

Lisaks on kasulik teada:  $s = \frac{v_{\text{õpp}} - v_{\text{alg}}}{2a}$  (tuletada iseseisvalt)

Raavo Joosep

Siisajuhatus mehitatootriiklasse

15

## Iseseisev töö

Iseseisvalt uuesti läbi vaadata loengus käsitletud teemad ja õpikust juurde õppida:

- ühikvektorid,
- liikumise graafiline analüüs,
- visatud keha liikumine ja selle analüüs.

Seejärel ära lahendada iseseisvaks lahendamiseks jäätud ülesanded (seminari slaidid).

Õpik:

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker. Füüsika põhikursus : õpik kõrgkoolile I köide. Eesti Füüsika Selts 2011. (Tallinn: Printon)

§ 2.1-2.10, 3.1-3.7, 4.1-4.6

Raavo Joosep

Siisajuhatus mehitatootriiklasse

16