

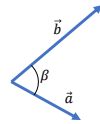
Sissejuhatus mehhatroonikasse EEM3010

3. nädala loeng

Raavo Josepson
raavo.josepson@ttu.ee

Vektorite korrutamine

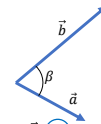
Skalaarkorrutis $\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{skalaar ehk arv}$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\beta$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Vektorkorrutis $\vec{a} \times \vec{b} = \text{vektor}$



Vektori pikkus ehk moodul
 $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\beta$

Suund

On risti mõlema esialgse vektoriga ja määratakse parema käe reegli või paremkeerme krui reegli järgi.

$$\vec{a} \times \vec{b} \quad \odot$$

$$\vec{b} \times \vec{a} \quad \otimes$$

$$\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$$

Raavo Josepson

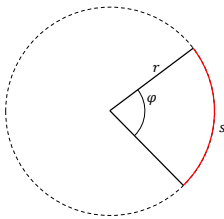
Sissejuhatus mehhatroonikasse

2

Radiaan

$$s = r\varphi$$

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$



Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

3

Ülesanne

Milline on kõige levinum suurus, millega kirjeldada keha pöörlemist?

Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

4

Pöörliikumine

Kulgliikumine

Kohavektor \vec{r}

$$\text{Kiirus } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\text{Kiirendus } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Pöörliikumine

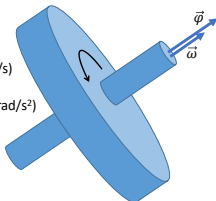
Pöördenuk $\vec{\varphi}$ (ühik: rad)

Nurkkiirus $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ (ühik: rad/s)

Nurkkiirendus $\vec{\epsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ (ühik: rad/s²)

Sagedus ja periood $f = \frac{1}{T}$
(ühikud: Hz ja s)

Nurkkiirus, periood ja sagedus $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$



Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

5

Ülesanne

Kuidas on suunatud nurkkiirenduse vektor?

Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

6

Pöordliikumine

Kulgliikumine

$$\vec{a} = \text{const}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = \int \vec{a} dt = \vec{a}t + \vec{v}_0$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{r} = \int (\vec{a}t + \vec{v}_0) dt = \frac{\vec{a}t^2}{2} + \vec{v}_0t + \vec{r}_0$$

Pöordliikumine

$$\vec{\varepsilon} = \text{const}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \Rightarrow \vec{\omega} = \int \vec{\varepsilon} dt = \vec{\varepsilon}t + \vec{\omega}_0$$

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon}t$$

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \Rightarrow \vec{\varphi} = \int (\vec{\varepsilon}t + \vec{\omega}_0) dt = \frac{\vec{\varepsilon}t^2}{2} + \vec{\omega}_0t + \vec{\varphi}_0$$

$$\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_0 + \vec{\omega}_0t + \frac{\vec{\varepsilon}t^2}{2}$$

Raavo Josepson

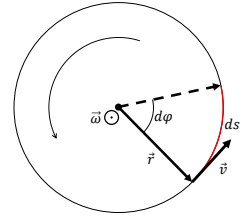
Sisäjuhatus mehhatroonikassa

7

Pöordliikumine vs kulgliikumine (kiirus)

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d\varphi r}{dt} = \omega r$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$



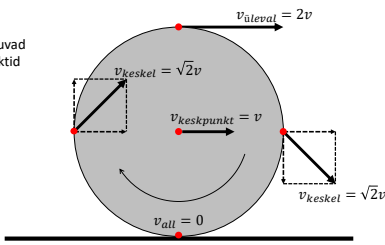
Raavo Josepson

Sisäjuhatus mehhatroonikassa

8

Ratta veeremine (ratta erinevate punktide kiirused maapinna suhtes)

Ratta keskpunkti suhtes liiguvad kõik ratta servapunktid punktid kiirusega $v = \omega r = 2\pi fr$.



Raavo Josepson

Sisäjuhatus mehhatroonikassa

9

Ülesanne

Auto sõidab kurvis nii, et spidomeetri näit ei muutu. Kas see on kiirendusega liikumine või ei ole?

Raavo Josepson

Sisäjuhatus mehhatroonikassa

10

Pöordliikumine vs kulgliikumine (kiirendus)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r})}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

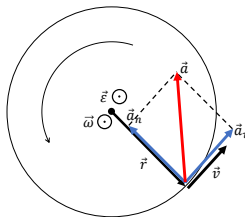
$$\vec{\varepsilon} \times \vec{r} = \vec{a}_\tau \text{ tangentsiaalkiirendus}$$

$$\vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{a}_n \text{ normaalkiirendus}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \text{ kogu kiirendus}$$

Iseseisvalt tuletada

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{r}$$



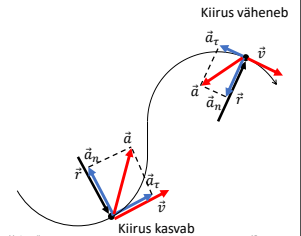
Raavo Josepson

Sisäjuhatus mehhatroonikassa

11

Kõverjooneline liikumine üldiselt

- Joonkiirus on alati suunatud pikki trajektoori puutujat.
- Tangentsiaalkiirendus muudab kiiruse absoluutväärtust, ei muuda suunda. On suunatud pikki trajektoori puutujat.
- Normaalkiirendus muudab kiiruse vektori suunda, ei muuda absoluutväärtust. On risti trajektoori puutujaga kurve keskpunkti poole.
- Tangentsiaal- ja normaalkiirendus kokku annavad kogukiirenduse. Jälgiida vektorite suundi.



Raavo Josepson

Sisäjuhatus mehhatroonikassa

12

Iseseisev töö

Iseseisvalt uuesti läbi vaadata loengus käsitletud teemad ja neist aru saada.

Seejärel ära lahendada iseseisvaks lahendamiseks jäätud ülesanded.

Õpik:

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker. Füüsika põhikursus : õpik kõrgkoolile I köide. Eesti Füüsika Selts 2011. (Tallinn: Printon)

§ 4.7, 10.1-10.5