

# Sissejuhatus mehhatroonikasse EEM3010

6. nädala loeng

Raavo Josepson  
raavo.josepson@taltech.ee

1

---

---

---

---

---

---

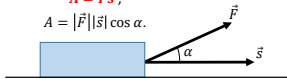
---

---

## Töö

Töö on suurus, mis avaldub jõu ja teepikkuse skalaarkorrutisena,

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s},$$
$$A = |\vec{F}| |\vec{s}| \cos \alpha.$$



Ühik:  $1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ J}$  (džaul)

Kui jõu väärtus või suund või nihke suund muutub, siis kogutöö avaldub väikeste nihete töö summana,

$$A_{\text{kogu}} = \int dA = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}.$$

Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

2

2

---

---

---

---

---

---

---

---

## Ülesanne

Leida, kui palju teeb raskusjõud tööd, kui 2,7 t auto sõidab mööda horisontaalset teed 4,6 km?

Raavo Josepson

Sissejuhatus mehhatroonikasse

3

3

---

---

---

---

---

---

---

---

## Võimsus (kui kiiresti jõuame tööd teha?)

Võimsus näitab, kui palju tööd tehakse ajaühikus.

Keskmine võimsus

$$P_{\text{kesk}} = \frac{A_{\text{kogu}}}{t}$$

Hetkvõimsus

$$P_{\text{hetk}} = \frac{dA}{dt}$$

$$P_{\text{hetk}} = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F}d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\vec{v}$$

Ühik:  $\frac{1\text{J}}{1\text{s}} = 1\text{ W}$  (vatt)

Raivo Jõepeoni

Siseregularus mehitatsooniklasse

4

4

---

---

---

---

---

---

---

---

## Konservatiivsed ja dissipatiivsed jõud

Konservatiivsete jõudude korral on töö mööda kinnist trajektoori 0.

Näiteks: raskusjõud, elektrostaatiline jõud jne.

Konservatiivsete jõudude korral keha ühest punktist teise liikumisel tehtud töö ei sõltu trajektooriga.

Dissipatiivsete ehk mittekonservatiivsete jõudude korral töö mööda kinnist trajektoori ei ole 0.

Näiteks: hõõrdejõud.

Raskusjõu näide

Töö alla liikumisel,  $\vec{s}_1$  Töö tagasi liikumisel,  $\vec{s}_2$  üles liikumisel,  $A_1 = \vec{s}_1 \vec{F} = s_1 F$   $A_2 = \vec{s}_2 \vec{F} = -s_2 F = -s_1 F$ .

Arvestame, et  $\vec{s}_1 = -\vec{s}_2$ , kuid absoluutväärtuselt  $s_1 = s_2$

Kogutöö alla ja üles liikumisel,  $A_{\text{kogu}} = A_1 + A_2 = \vec{s}_1 \vec{F} + \vec{s}_2 \vec{F} = s_1 F - s_2 F = s_1 F - s_1 F = 0$ .



Raivo Jõepeoni

Siseregularus mehitatsooniklasse

5

5

---

---

---

---

---

---

---

---

## Energia (palju suudame tööd teha?)

Energia on keha võime teha tööd.

Energia ei ole vektoriaalne suurus, vaid on skalaarne suurus.

Energial ei ole suunda, nagu ei ole ka suunda ka töö ega võimsusel.

Ühikuks on töö ühik (J).

Raivo Jõepeoni

Siseregularus mehitatsooniklasse

6

6

---

---

---

---

---

---

---

---

## Ülesanne

Teisendada SI süsteemi.

1 kWh = 3,6 MJ (töö või energia)

1 hp = 736 W (vahel ka 746 W, võimus)

Raivo Jõepeoni

Siseregulatsioonimeetmete rakendamine

7

7

---

---

---

---

---

---

---

---

## Energiate leidmine

Leiame, nüüd kui palju peab keha tööd tegema, et muuta oma liikumist või asukohta.

Võima ka vaadata vastupidi, kui palju on vaja tööd teha, et muuta keha kiirust või asukohta.

Raivo Jõepeoni

Siseregulatsioonimeetmete rakendamine

8

8

---

---

---

---

---

---

---

---

## Kulgliikumise kineetiline energia

Keha saab teha tööd liikumise arvelt.

Olgu jõud ja liikumine samasuunalised, siis töö avaldub

$$A = \int_1^2 F ds = \int_1^2 dA,$$

$$dA = F ds = ma ds = m \frac{dv}{dt} ds = mv dv,$$

$$A = \int_1^2 dA = \int_{v_1}^{v_2} mv dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Kuna tööd tehakse energia arvelt, siis **kulgliikumise kineetilise energia muut** avaldub seega

$$\Delta E_{kin, kulg} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Raivo Jõepeoni

Siseregulatsioonimeetmete rakendamine

9

9

---

---

---

---

---

---

---

---

## Raskusjõu potentsiaalne energia

Tööd tehakse selle arvelt, et keha asub jõuväljas.

Raskusjõu korral

$$A = \int_1^2 dA,$$
$$dA = F dh = mg dh,$$
$$A = \int_1^2 dA = \int_{h_1}^{h_2} mg dh = mg (h_2 - h_1).$$

Kuna tööd tehakse energia arvelt, siis **raskusjõu potentsiaalse energia muut** avaldub seega

$$\Delta E_{pot} = mg (h_2 - h_1) = mg \Delta h.$$

Raivo Jõeppon

Siseregularus mehhisooniklasse

10

10

---

---

---

---

---

---

---

---

## Pöördliikumise kineetiline energia

Liikugu punktmass massiga  $m_{punkt}$  mööda ringjoont raadiusega  $r$  joonkiirusega  $v$ . Arvestame et joonkiirus on seotud nurkkiiruse  $\omega$ , järgmise valemiga  $v = \omega r$ . Saame selle punkti kineetiline energia avaldub

$$E_{kin, pöörd} = \frac{m_{punkt} v^2}{2} = \frac{m_{punkt} r^2 \omega^2}{2}.$$

Suurus  $m_{punkt} r^2 = I_{punkt}$  annab meile punktmassi inertsmomendi.

Seega **pöördliikumise kineetiline energia** avaldub keha inertsmomendi  $I$  nurkkiiruse  $\omega$  kaudu järgmiselt

$$E_{kin, pöörd} = \frac{I \omega^2}{2}.$$

Raivo Jõeppon

Siseregularus mehhisooniklasse

11

11

---

---

---

---

---

---

---

---

## Ülesanne

Kumba energia on ratta veeremisel?

- Kulgliikumise kineetiline energia,  $\Delta E_{kin, kulg} = \frac{mv^2}{2}$ .
- Pöördliikumise kineetiline energia,  $\Delta E_{kin, pöörd} = \frac{I\omega^2}{2}$ .

Raivo Jõeppon

Siseregularus mehhisooniklasse

12

12

---

---

---

---

---

---

---

---

## Energiajäätvus

Energia ei teki ega kao, vaid muutub ühest liigist teise (kineetiline energia, potentsiaalne energia, soojusenergia jne).

Energiate summa alguses ja lõpus peab olema sama ehk

$$\sum E_{pot,alg} + \sum E_{kin,alg} = \sum E_{pot,lõpus} + \sum E_{kin,lõpus} + Q$$

Raivo Jõepeon

Siseregularus mehhatrioonikasse

13

13

---

---

---

---

---

---

---

---

## Näide - energiajäätvus ja hõõrdumiseta alla libisemine

Leiame klotsi kiiruse kõige alumises punktis, kui see libiseb alla ilma hõõrdumiseta kõrguselt  $h$ .

Allapoole lükkab resultantjõud, mis avaldub  $F = mg \sin \alpha$

Seega klotsi kiirendus on  $a = \frac{F}{m} = \frac{mg \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha$  ja algkiirus on 0.

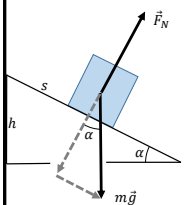
Teepikkus avaldub  $s = \frac{h}{\sin \alpha}$ .

Kasutame konstantse kiirenduse valemist  $s = \frac{v_{lõpp}^2 - v_{alg}^2}{2a}$  ja  $v_{alg} = 0$ .

Avaldame lõppkiiruse  $v_{lõpp} = \sqrt{2sa} = \sqrt{2 \cdot \frac{h}{\sin \alpha} \cdot g \sin \alpha} = \sqrt{2gh}$ .

**Leiame sama asja energiajäätvuse kaudu**, kui raskusjõu potentsiaalne energia muutub keha kineetiliseks energiaks.

$mgh + 0 = 0 + \frac{mv_{lõpp}^2}{2}$  siit saame, et  $gh = \frac{v_{lõpp}^2}{2}$  ja  $v_{lõpp} = \sqrt{2gh}$ .



Raivo Jõepeon

Siseregularus mehhatrioonikasse

14

14

---

---

---

---

---

---

---

---

## Jäätvused kahe keha põrkel

**Elastse põrke** korral muutub kineetiline energia deformatsiooni potentsiaalseks energiaks ja seejärel uuesti kineetiliseks energiaks

$$E_{kin,alguses1} + E_{kin,alguses2} = E_{kin,lõpus1} + E_{kin,lõpus2}$$

Samuti peab kehtima impulsi jäävuse seadus

$$m_1 \vec{v}_{alguses1} + m_2 \vec{v}_{alguses2} = m_1 \vec{v}_{lõpus1} + m_2 \vec{v}_{lõpus2}$$

**Mitteelastse ehk plastilise põrke** korral osa energiat muutub deformeerimise tööks ehk soojuseks

$$E_{kin,alguses1} + E_{kin,alguses2} = E_{kin,lõpus} + Q$$

Impulsi jäävuse seadus peab endiselt kehtima

$$m_1 \vec{v}_{alguses1} + m_2 \vec{v}_{alguses2} = (m_1 + m_2) \vec{v}_{lõpus}$$

Raivo Jõepeon

Siseregularus mehhatrioonikasse

15

15

---

---

---

---

---

---

---

---

## Kasutegur

Kasutegur näitab, kui suur osa (protsent) kogutööst oli kasulik töö.

$$\eta = \frac{A_{\text{kasulik}}}{A_{\text{kogu}}}.$$

Kasutegur on ühikuta suurus.

Seda võime väljendada ka kulutatud energiatega  $E$  ja võimsusega  $P$ ,

$$\eta = \frac{E_{\text{kasulik}}}{E_{\text{kogu}}},$$
$$\eta = \frac{A_{\text{kasulik}}}{A_{\text{kogu}}} = \frac{A_{\text{kasulik}}}{t} \cdot \frac{t}{A_{\text{kogu}}} = \frac{P_{\text{kasulik}}}{P_{\text{kogu}}},$$

$t$  on töö tegemiseks kulunud aega.

Raivo Josepson

Siseregulatsioonimeetmete osakond

56

16

---

---

---

---

---

---

---

---

## Iseseisev töö

Iseseisvalt uuesti läbi vaadata loengus käsitletud teemad ja neist aru saada.

Seejärel ära lahendada iseseisvaks lahendamiseks jäätud ülesanded.

Õpik:

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker. Füüsika põhikursus : õpik kõrgkoolile I köide. Eesti Füüsika Selts 2011 (Tallinn: Printon)  
§ 7.1-7.9, 8.1-8.8

Raivo Josepson

Siseregulatsioonimeetmete osakond

57

17

---

---

---

---

---

---

---

---